

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = x + 3$$

$$g(f(x)) = g(x^2) = x^2 + 3 = (g \circ f)(x)$$

$$f(g(x)) = f(x+3) = (x+3)^2 = (f \circ g)(x)$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

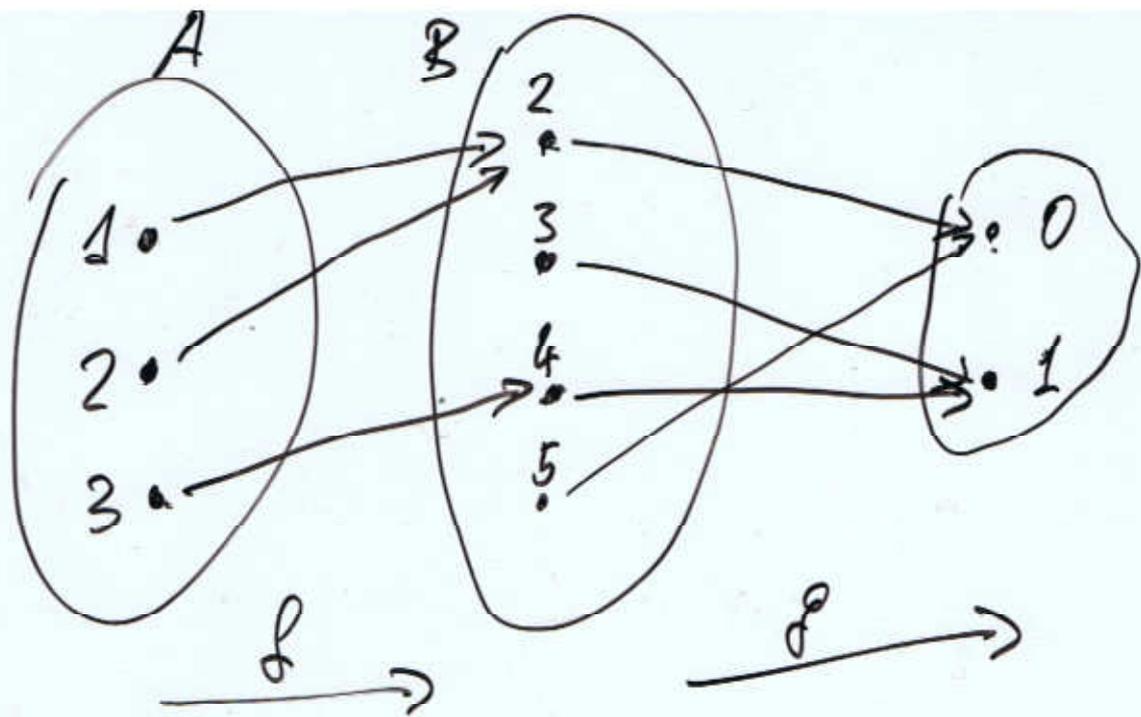
$$f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$$

$$\underline{g \circ f}: A \rightarrow C; a \mapsto g(f(a))$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Die Funktion in $g \circ f$, die näher an x steht, wird zuerst angewendet.

$g \circ f$ wird "g nach f" gelesen.



$$\begin{aligned}(g \circ f)(1) &= 0 \\ (g \circ f)(2) &= 0 \\ (g \circ f)(3) &= 1\end{aligned}$$

Beweis von Satz 4.28:

Definitionsbereich von $(h \circ g) \circ f$: A

Definitionsbereich von $h \circ (g \circ f) \stackrel{!}{=} \text{Def. bereich } g \circ f = \text{Def. bereich } f = A.$

Sei $a \in A$.

$$((h \circ g) \circ f)(a) = (h \circ g)(f(a)) = h(g(f(a)))$$

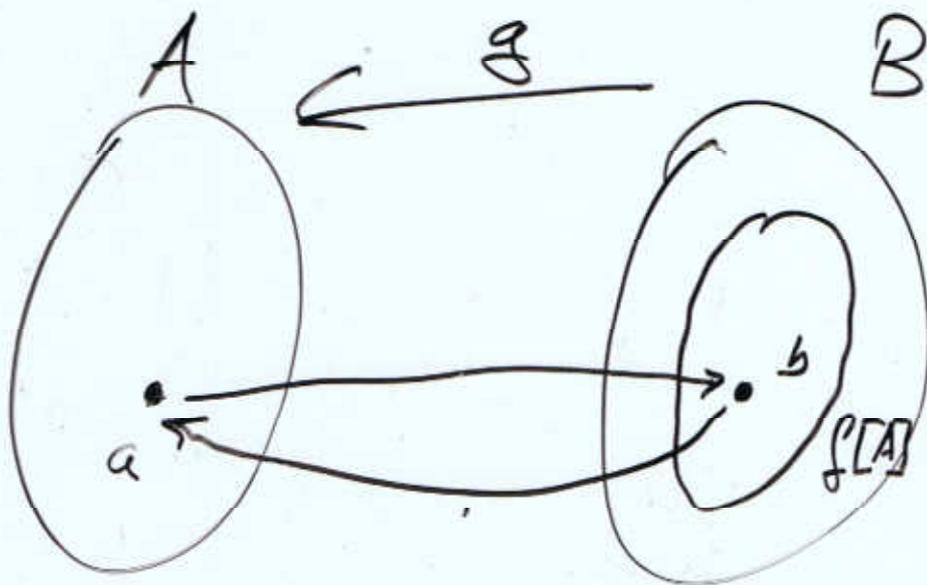
$$(h \circ (g \circ f))(a) = h((g \circ f)(a)) = h(g(f(a)))$$

□

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}; x \mapsto x^2$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x^2$$

$$g \upharpoonright \mathbb{Z} = f.$$



f (injektiv)

$$f(a) = b \iff g(b) = a$$

Beispiel: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x+1$

$$f^{-1}(y) = x$$

$$\Leftrightarrow f(x) = y$$

$$\Leftrightarrow x+1 = y$$

$$\Leftrightarrow x = y-1$$

\rightarrow f.a. $y \in \mathbb{R}$ ist $f^{-1}(y) = y-1$.

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto e^x$

$$g[\mathbb{R}] = \{y \in \mathbb{R} : y > 0\}$$

Sei $y > 0$.

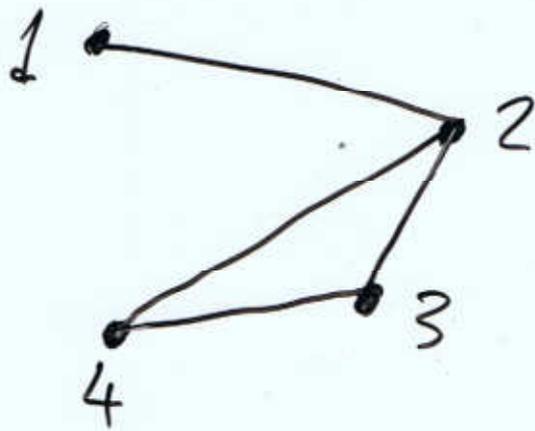
$$g^{-1}(y) = x$$

$$\Leftrightarrow g(x) = y$$

$$\Leftrightarrow e^x = y$$

$$\Leftrightarrow x = \ln y$$

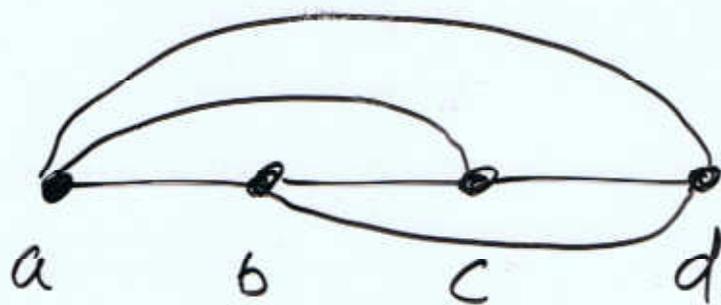
$$\Rightarrow g^{-1}(y) = \ln y.$$



$$V = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$E = \{\{1, 2\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{2, 3\}\}$$

Äquivalent: Ein Graph ist eine Menge V von Ecken mit einer 2-stelligen Relation, die symmetrisch und irreflexiv ist.



Betrachte folgende Abbildung:

$$f: \{1, \dots, 4\} \rightarrow \{a, \dots, d\}$$

$$1 \longmapsto a$$

$$2 \longmapsto b$$

$$3 \longmapsto c$$

$$4 \longmapsto d$$

f ist eine Bijektion zwischen $\{1, \dots, 4\}$ und $\{a, \dots, d\}$.

Es gilt: Für $x, y \in \{1, \dots, 4\}$ mit $x \neq y$ ist

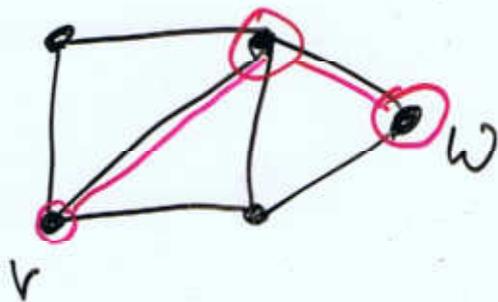
$\{x, y\}$ genau eine Kante in K_4 ,
wenn $\{f(x), f(y)\}$ eine Kante in
dem Graphen oben ist.

Def: Seien F und G Graphen.

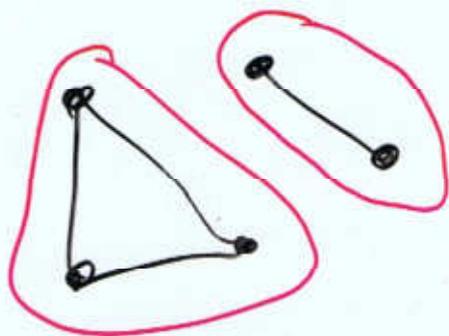
F und G heißen isomorph,
falls eine Bijektion $f: V(F) \rightarrow V(G)$
existiert, so dass f.a. $x, y \in V(F)$
mit $x \neq y$ gilt:

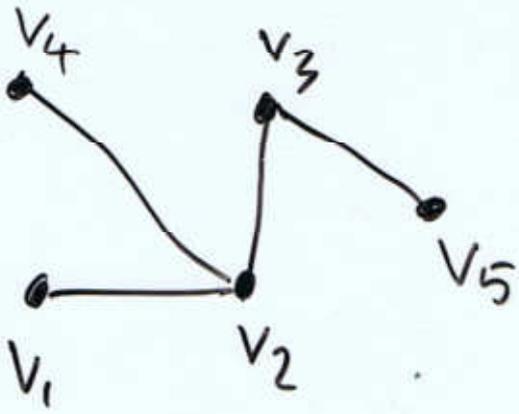
$$\{x, y\} \in E(F) \Leftrightarrow \{f(x), f(y)\} \in E(G).$$

(So eine Bijektion heißt Isomorphismus.)



Weg von v
nach w .





$$d(v_1) = 1$$

$$d(v_2) = 3$$

$$d(v_3) = 2$$

$$d(v_4) = 1$$

$$d(v_5) = 1$$



Beweis von Korollar 5.18:

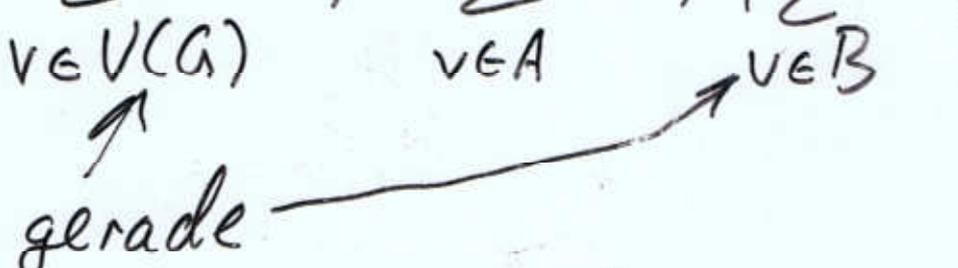
Wissens: $\sum_{v \in V(G)} d(v) = 2|E(G)|.$

Sei $A \subseteq V(G)$ die Menge der Knoten v , für die $d(v)$ ungerade ist.
 $B = V(G) \setminus A.$

$\sum_{v \in B} d(v)$ ist gerade

Es gilt: $\sum_{v \in V(G)} d(v) = \sum_{v \in A} d(v) + \sum_{v \in B} d(v)$

↑
gerade



$\Rightarrow \sum_{v \in A} d(v)$ ist gerade.

Eine Summe von gerade vielen ungeraden Zahlen ist gerade,

eine Summe von ungerade vielen ungeraden Zahlen ist ungerade.

$\Rightarrow |A|$ ist gerade. \square